

Семінар 7. Ігри, стратегія симетрії. 27.10.2018

Центральна симетрія

1. Маємо дві купки камінців – по 7 в кожній. За хід дозволяється узяти будь-яку кількість камінців, але тільки з однієї купки. Програє той, кому нічого брати.
2. На столі лежать дві стопки монет: в одній з них 30 монет, а в іншій - 20. За хід дозволяється узяти будь-яку кількість монет з однієї стопки. Програє той, хто не зможе зробити хід. Хто з гравців виграє при правильній грі?
3. В ряд лежать 25 монет. За хід дозволяється брати одну чи дві монети, що лежать поруч. Програє той, кому нічого брати.
4. Двоє по черзі кладуть п'ятаки на круглий стіл, причому так, щоб вони не накладались один на одного. Програє той, хто не зможе зробити хід. Хто виграє при правильній грі?
5. На дошці розміром 8×8 двоє по черзі зафарбовують клітинки так, щоб не з'являлось зафарбованих куточків з трьох клітинок. Програє той, хто не зможе зробити хід. Хто виграє при правильній грі і як йому для цього потрібно діяти?
6. У ромашки а) 12 пелюсток; б) 11 пелюсток. За хід дозволяється відірвати або одну пелюстку, або дві що ростуть поруч. Програє той, хто не зможе зробити хід.
7. Олександра та Ніна грають на дошці розміром 7×7 . Вони по черзі ставлять в клітинки дошки цифри от 1 до 7 так, щоб ні в одній строчці і ні в одному стовпчику не залишилось однакових цифр. Першою ходить Олександра. Програє той, хто не зможе зробити хід. Хто з них зможе виграти, як би не грав суперник?

Осьова симетрія

8. Двоє по черзі ставлять слонів в клітинки шахової дошки так, щоб слони не били один одного. (Колір слонів значення не має). Програє той, хто не зможе зробити хід.
9. В кожній клітинці дошки 11×11 стоїть шашка. За хід дозволяється зняти з дошки будь-яку кількість шашок, що стоять підряд або з одного вертикального, або з одного горизонтального ряду. Виграє той хто зняв останню шашку.
10. Двоє грають на дошці 5×24 клітинок. Кожний по черзі відмічає квадрат по лініям сітки (будь-якого можливого розміру) і зафарбовує його. Виграє той, хто зафарбує останню клітинку. Двічі зафарбовувати клітинки не можна. Хто виграє при правильній грі і як треба грати?
11. На колі розставлено 20 точок. За хід дозволяється з'єднувати дві з них відрізком, який не перетинає відрізків, що були проведені раніше. Програє той, хто не зможе зробити хід.
12. Дано прямокутний паралелепіпед розмірами а) $4 \times 4 \times 4$; б) $4 \times 4 \times 3$; в) $4 \times 3 \times 3$, який складається з одиничних кубиків. За хід дозволяється проткнути спицею будь-який ряд, якщо в ньому є хоча б один непроткнутий кубик. Програє той, хто не може зробити хід.

Симетрія частина стратегії

13. Двоє по черзі розламують шоколадку 5×10 . За хід дозволяється зробити один прямолінійний розлом будь-якого з шматків вздовж заглиблення. Виграє той, хто першим відламає дольку 1×1 .

14. Двоє по черзі ставлять хрестики і нулики в клітинки дошки 9×9 . Той хто починає, ставить хрестики, його суперник – нулики. У кінці підраховується, скільки мається строчок і стовпчиків, в котрих хрестиків більше, ніж нуликів – це бали, набрані першим гравцем. Кількість строчок і стовпчиків, де нуликів більше – бали другого гравця. Той з гравців, хто набере більше балів, перемагає.

Майже симетрія

15. Тура стоїть на полі a1 шахової дошки. За хід дозволяється посунути її на будь-яку кількість клітинок вправо чи ввверх. Виграє той, хто поставить туру на клітинку h8. Хто виграє при правильній грі?

16. Двоє грають в наступну гру. Кожний гравець по черзі викреслює 9 чисел (по своєму вибору) з послідовності 1, 2, ..., 100, 101. Після одинадцяти таких викреслювань залишаться 2 числа. Першому гравцю присуджується стільки очок, яка різниця між цими числами, що залишились. Довести, що перший гравець завжди зможе набрати як мінімум 55 очок, як би не грав другий.

17. На шахівниці стоїть фішка. Двоє по черзі пересувають фішку на сусідню по стороні клітинку. При цьому забороняється ставити фішку на полі, де вона вже побувала. Програє той, хто не зможе зробити наступний хід. Хто виграє при правильній грі?

18. Двоє грають на шахівниці. Той хто починає робить перший хід – ставить на дошку коня. Потім вони по черзі його рухають (по звичайним правилам), при цьому не можна ставити коня на поле, де він вже побував. Тим хто програв вважається той, кому нема куди ходити. Хто виграє при правильній грі – той хто починає чи його партнер?

19. Маємо систему рівнянь
$$\begin{cases} *x + *y + *z = 0 \\ *x + *y + *z = 0 \\ *x + *y + *z = 0 \end{cases}$$

Дві людини по черзі вписують замість зірочок числа. Довести, що той хто починає завжди може добитися того, щоб система мала ненульовий розв'язок.