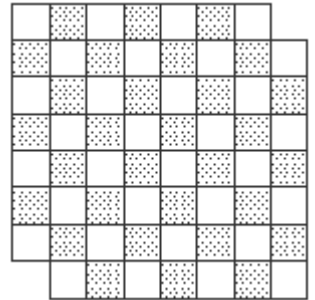


**Семінар 4. Розфарбування.  
06.10.2018**

**Шахове розфарбування.**

1. Дана дошка  $5 \times 5$ . Чи може шахова фігура кінь обійти усі клітинки дошки, побувавши на кожній по одному разу і повернутися у вихідну клітинку?


2. Із шахової дошки вирізали дві клітинки —  $a_1$  і  $h_8$ . Чи можна дошку що залишилась (див. малюнок) покрити 31-й кісткою доміно так, щоб кожна кісточка покривала рівно дві клітинки дошки?



3. Фігура «верблюд» ходить по дошці  $10 \times 10$  ходом типу (1, 3) (тобто, вона рухається спочатку на сусіднє поле, а потім ще на три поля в перпендикулярному напрямку; кінь, наприклад, ходить ходом типу (1, 2)). Чи можна пройти ходом «верблюда» з деякого вихідного поля на сусіднє з ним?

4. На кожній клітинці дошки  $5 \times 5$  сидить хробак. В деякій момент часу усі хробаки переповзають на сусіднє по стороні клітинки. Доведіть, що при цьому знайдеться хоча б одна порожня клітинка.

5. Миша гризе куб сиру з ребром 3, поділено на 27 одиничних кубиків. Коли миша з'їдає деякий кубик, вона переходить к іншому, що має з попереднім спільну грань. Чи може миша з'їсти весь куб, крім центрального кубика.

6. Чи можна дошку розміром  $10 \times 10$  покрити фігурами вигляду .

7. Чи можна дошку розміром  $75 \times 75$  розрізати на фігури, кожна з яких або прямокутник  $1 \times 2$ , або хрест  $3 \times 3$ ?



**Діагональне розфарбування.**

1. З дошки  $8 \times 8$  вирізали кутову клітинку. Чи можна частину, що залишилась розрізати на триміношки  $3 \times 1$ ?

2. Чи можна дошку розміром  $10 \times 10$  замостити плитками  $1 \times 4$ ?

3. На полі 10 на 10 для гри в "Морський Бій" стоїть один чотирьохпалубний корабель. Яке мінімальне число пострілів треба зробити, щоб напевно в нього влучити?

**Два діагональних розфарбування.**

1. Марусі подарували набір, котрий містить 12 триміношок . Хуліган замінив одну з них на куточок . Чи може Маруся скласти квадрат  $6 \times 6$ ?

2. З дошки  $5 \times 5$  вирізали одну клітинку так, що залишок можна розрізати на прямокутники  $3 \times 1$ . Де могла знаходитись вирізана клітинка?

3. Із шахової дошки розміром  $8 \times 8$  вирізали квадрат розміром  $2 \times 2$  так, що дошку, що залишилась вдалося розрізати на прямокутники розміром  $1 \times 3$ . Визначіть, який квадрат могли вирізати.