

Семинар 24. Взвешивания.
13.04.2019

1. Как при помощи чашечных весов без гирь разделить 24 кг гвоздей на две части — 9 и 15 кг?
2. Золотоискатель Артем добыл 9 кг золотого песка. Сможет ли он за три взвешивания отмерить 2 кг песка с помощью чашечных весов: а) с двумя гирями — 200 г и 50 г; б) с одной гирей 200 г?
3. Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету? Решите ту же задачу в случаях, когда имеется 4 монеты и 9 монет.
4. Лиса Алиса и Кот Базилио — фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса — легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна — фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету — Кот Базилио или Лиса Алиса?
5. На столе в ряд лежат четыре монеты. Среди них обязательно есть как настоящие, так и фальшивые (которые легче настоящих). Известно, что любая настоящая монета лежит левее любой фальшивой. Как за одно взвешивание на чашечных весах без гирь определить тип каждой монеты, лежащей на столе?
6. Известно, что "медные" монеты достоинством в 1, 2, 3, 5 коп. весят соответственно 1, 2, 3, 5 г. Среди четырех "медных" монет (по одной каждого достоинства) есть одна бракованная, отличающаяся весом от нормальной. Как с помощью взвешиваний на чашечных весах без гирь определить бракованную монету?
7. Из пяти монет — две фальшивые. Одна из фальшивых монет легче настоящей, а другая — на столько же тяжелее настоящей. Объясните, как за три взвешивания на чашечных весах без гирь найти обе фальшивые монеты.
8. Из 11 шаров 2 радиоактивны. Про любой набор шаров за одну проверку можно узнать, имеется ли в нем хотя бы один радиоактивный шар (но нельзя узнать, сколько их). Можно ли за 7 проверок найти оба радиоактивных шара?
9. Семь монет расположены по кругу. Известно, что какие-то четыре из них, идущие подряд, — фальшивые и что каждая фальшивая монета легче настоящей. Объясните, как найти две фальшивые монеты за одно взвешивание на чашечных весах без гирь. (*Все фальшивые монеты весят одинаково.*)
10. На физическом кружке учитель поставил следующий эксперимент. Он разложил на чашечные весы 16 гирек массами 1, 2, 3, ..., 16 грамм так, что одна из чаш перевесила. Пятнадцать учеников по очереди выходили из класса и забирали с собой по одной гирьке, причем после выхода каждого ученика весы меняли свое положение и перевешивала противоположная чаша весов. Какая гирька могла остаться на весах?
11. **4 монеты.** Из четырех монет одна фальшивая (она отличается по весу от настоящей, но не известно, в какую сторону). Требуется за два взвешивания на двухчашечных весах без гирь найти фальшивую монету.

Для удовольствия

1. В корзине лежат **13** яблок. Имеются весы, с помощью которых можно узнать суммарный вес любых двух яблок. Придумайте способ выяснить за **8** взвешиваний суммарный вес всех яблок.
2. Из набора гирек с массами 1, 2, ..., 101 г потерялась гирька массой 19 г. Можно ли оставшиеся 100 гирек разложить на две кучки по 50 гирек в каждой так, чтобы массы обеих кучек были одинаковы?
3. Имеется 68 монет, причём известно, что любые две монеты различаются по весу. За 100 взвешиваний на двухчашечных весах без гирь найти самую тяжелую и самую лёгкую монеты.
4. **12 монет.** Из двенадцати монет одиннадцать настоящих, а одна фальшивая (она отличается по весу от настоящей, но не известно, в какую сторону). Требуется за три взвешивания на двухчашечных весах без гирь найти фальшивую монету и выяснить, легче она или тяжелее настоящей.

Взвешивания и алгоритмы

1. Имеется а) 5; б) 7; в) 9 одинаковых по виду и попарно различных по весу монет и прибор, умеющий из трех монет определять среднюю по весу. Как с помощью а) 4; б) 9; в) 16 применений этого прибора можно определить монету, среднюю по весу из всех монет?
2. а) Есть 100 монет, среди которых одна фальшивая. Детектор за одну операцию исследует 4 монеты и указывает на одну из них. Известно, что если среди исследуемых монет есть фальшивые, то детектор указывает на какую-то из них. Однако если фальшивых монет среди исследуемых нет, то детектор может указать на любую монету. За какое наименьшее количество операций можно определить фальшивую монету?
б) Есть 5 монет, из которых две фальшивых. Найдите их за 2 операции.
в) Есть 17 монет, из которых две фальшивых. Найдите их за 7 операций.
г) Есть 65 монет, из которых две фальшивых. Найдите их за 24 операции.
3. а) Есть 9 гирек весом 1, 2, ..., 9 граммов соответственно. Петя выбирает из них какие-то две. Какое наибольшее количество различных по весу грузов он может взвесить с помощью выбранных гирь? Гири можно складывать на любую чашу весов.
б) Тот же вопрос, но Петя выбирает три гири.
в) Тот же вопрос, но Петя выбирает три гири из набора 1, 2, ..., 8 граммов.
4. В ряд по возрастанию веса лежат 6 яблок различных весов. Известно, что их можно разбить на две тройки, в каждой тройке одно яблоко весит как два других вместе.
а) Как за одно взвешивание найти два яблока из разных троек?
б) Как за три взвешивания разложить яблоки по этим тройкам?
в) Как за два взвешивания разложить яблоки по этим тройкам?
5. а) У Пети есть 6 различных (однако внешне неразличимых) гирек, веса которых равны 1, 2, ..., 6 граммов. Петя попросил Васю написать на каждой гире её вес. Как с помощью всего двух взвешиваний убедиться, что все надписи верны?
б) Петя попросил Васю подписать веса 11 различных (однако внешне неразличимых) гирек, веса которых равны 1, 2, ..., 11 граммов. Как ему с помощью трёх взвешиваний убедиться, что Вася всё сделал правильно?
в) Как Пете за три взвешивания убедиться, что Вася правильно подписал веса 15 гирек, веса которых равны 1, 2, ..., 15 граммов?