

**Семинар 16. Игры выигрышные позиции.  
02.02.2019**

**1.** Игра начинается с числа 0. За ход разрешается прибавить к имеющемуся числу любое натуральное число от 1 до 9. Выигрывает тот, кто получит число 100.

**2.** На концах клетчатой полоски  $1 \times 20$  стоит по шашке. За ход разрешается сдвинуть любую шашку в направлении другой на одну или на две клетки. Перепрыгивать шашкой через шашку нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

**Анализ с конца.**

**3.** Ферзь стоит на поле  $c1$ . За ход его можно передвинуть на любое число полей вправо, вверх или по диагонали «вправо-вверх». Выигрывает тот, кто поставит ферзя на поле  $h8$ .

**4.** Имеется две кучки камней: в первой – 7 камней, во второй – 5. За ход разрешается брать любое количество камней из одной кучки или поровну камней из обеих кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

**5.** Конь стоит на поле  $a1$ . За ход разрешается передвигать коня на две клетки вправо и одну клетку вверх или вниз, или на две вверх и на одну вправо или влево. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

**6.** Имеется две кучки по 11 спичек. За ход можно взять две спички из одной кучки и одну из другой. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

**7.** Король стоит на поле  $a1$ . За один ход его можно передвинуть на одно поле вправо, или на одно поле вверх, или на одно поле по диагонали «вправо-вверх». Выигрывает тот, кто поставит короля на поле  $h8$ .

**8. а)** Имеется две кучки по 7 камней. За ход разрешается взять один камень из любой кучки или по камню из каждой кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

**б)** Кроме ходов, допустимых в пункте а), разрешается перекладывать один камень из первой кучки во вторую. В остальном правила те же.

**9.** Игра начинается с числа 1. За ход разрешается умножить имеющееся число на любое натуральное число от 2 до 9. Выигрывает тот, кто первым получит число, большее 1000.

**10.** Игра начинается с числа 2. За ход разрешается прибавить к имеющемуся числу любое натуральное число, меньшее его. Выигрывает тот, кто получит 1000.

**11.** В коробке лежит 300 спичек. За ход разрешается взять из коробка не более половины имеющихся в нем спичек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

**12.** Игра начинается с числа 1000. За ход разрешается вычестить из имеющегося числа любое, не превосходящее его, натуральное число, являющееся степенью двойки ( $1 = 2$ ). Выигрывает тот, кто получит ноль.

**13.** Двое по очереди выписывают на доску натуральные числа от 1 до 1000. Первым ходом первый игрок выписывает на доску число 1. Затем очередным ходом на доску можно выписать либо число  $2a$ , либо число  $a+1$ , если на доске уже написано число  $a$ . При этом запрещается выписывать числа, которые уже написаны на доске. Выигрывает тот, кто выпишет на доску число 1000. Кто выигрывает при правильной игре?

**14.** Двое играют в игру. Они по очереди берут из кучки 1, 2 или 3 камня, при этом не допускается повторять последний ход противника. Кто не сможет сделать ход – проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?

### Передача хода

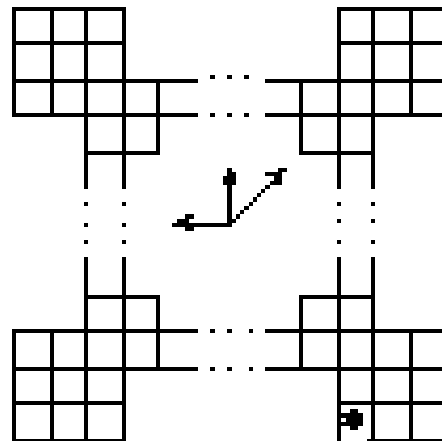
**15.** Игра начинается с числа 60. За ход разрешается уменьшить имеющееся число на любой из его делителей. Проигрывает тот, кто получит ноль.

**16.** Выписаны в ряд числа от 1 до 2016. Играют двое, делая ходы поочередно. За один ход разрешается вычеркнуть любое из записанных чисел вместе со всеми его делителями. Выигрывает тот, кто зачеркнёт последнее число. Докажите, что у первого игрока есть способ играть так, чтобы всегда выигрывать.

**17.** Двое едят шоколадку размером  $M \times N$  ( $MN \neq 1$ ). За один ход разрешается съесть произвольный кусочек и все, что находится левее и выше него. Проигрывает тот, после чьего хода ничего не останется. Кто выигрывает при правильной игре?

**18.** Имеет ли выигрышную стратегию черные фигуры в двойных шматах? (В двойных шахматах такие же правила как и в обычных, кроме того, что можно ходить по два раза подряд)

**19.** Из квадратной доски  $1000 \times 1000$  клеток удалены четыре прямоугольника  $2 \times 994$  (см. рис.). На клетке, помеченной звездочкой, стоит *кентавр* – фигура, которая за один ход может перемещаться на одну клетку вверх, влево или по диагонали вправо и вверх. Двое игроков ходят кентавром по очереди. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре?



**Можно угадать не раскрашивая до конца.**

**20.** Имеются две кучки конфет: в одной – 20, в другой – 21. За ход нужно съесть одну из кучек, а вторую разделить на две не обязательно равных кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

**21.** Имеется две кучки спичек: а) 101 спичка и 201 спичка; б) 100 спичек и 201 спичка. За ход разрешается уменьшить количество спичек в одной из кучек на число, являющееся делителем количества спичек в другой кучке. Выигрывает тот, после чьего хода спичек не остается.