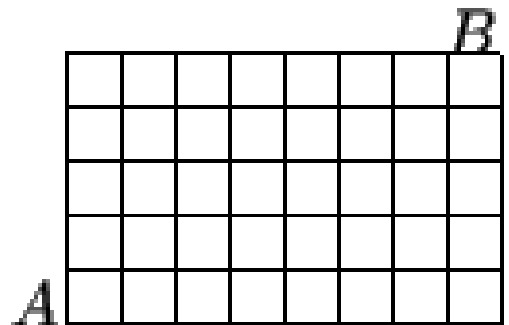


**Семінар 10. Сполучення.**  
**17.11.2018**

1. У вчительки у підвалі сидять 25 школярів.
  - а) Скількома способами вона може вибрати трьох з них собі на сніданок, обід і вечерю? Порядок має значення.
  - б) А скільки є способів вибрати трьох з них, щоб відпустити на волю?
2. На площині дано  $n$  точок. Скільки мається відрізків з кінцями в цих точках?
3. Чемпіонат по шахах проводиться в одне коло. Скільки грається партій, якщо приймають участь 18 шахістів?
4. На площині вибрали 10 точок так, що ніякі три з них не лежать на одній прямій. Скільки існує трикутників з вершинами в цих точках?
5. На площині дано  $n$  прямих загального положення. Чому рівне число утворених ними трикутників?
6. Слово – будь-яка скінченна послідовність літер української абетки. З'ясуйте, скільки різних слів можна скласти зі слів
  - а) "ВЕКТОР"; б) "ЛІНІЯ"; в) "ПАРАБОЛА"; г) "МАТЕМАТИКА".
7. У одного школяра є 6 книг по математиці, а у другого – 8. Скількома способами вони можуть обміняти три книги одного на три книги другого?
8. Рота складається з трьох офіцерів, шести сержантів і 60 рядових. Скількома способами можна виділити з них загін, який складається з офіцера, двох сержантів і 20 рядових?
9. На прямій вибрали 10 точок, а на паралельній їй прямій – 11 точок. Скільки існує
  - а) трикутників; б) чотирикутників з вершинами в цих точках?
10. Скількома способами можна вибрати з повної колоди (52 карти) 10 карт так, щоб а) серед них був рівно один туз? б) серед них був хоча б один туз?
11. Тура стоїть на лівому полі клітчастої смужки  $1 \times 30$  і за хід може пересунутись на будь-яку кількість клітинок вправо. Скількома способами вона може добратися до крайнього правого поля рівно за 7 ходів?
12. Скількома способами можна розбити 10 чоловік на дві баскетбольні команди по 5 чоловік в кожній?
13. План міста має схему, зображену на малюнку. На усіх вулицях введено односторонній рух: можна їхати тільки "вправо" чи "вверх". Скільки є різних маршрутів, які ведуть з точки  $A$  в точку  $B$ ?
14. Знайдіть число прямокутників, складених з клітинок дошки з  $m$  горизонталями і  $n$  вертикалями.
15. Скільки існує шестизначних чисел, у котрих кожна наступна цифра менше попередньої?



16. (Біном) Довести формулу  $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$ .  
 $(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n$

**17.** В компанії з 10 людей сталося 14 попарних сварок. Доведіть, що все одно можна скласти компанію з трьох друзів.

**18.** Вісім школярів розв'язували 8 задач. Виявилось, що кожну задачу розв'язали 5 школярів. Доведіть, що знайдуться такі два школяра, що кожну задачу розв'язав хоча б один з них.

### Для задоволення

**19.** На співбесіді десяти людям було запропоновано тест, який складається з декількох питань. Відомо, що будь-які п'ять людей відповіли разом на всі питання (тобто на кожне питання хоч один з п'яти дав правильну відповідь), а будь-які чотири – ні. При якій мінімальній кількості питань це могло статись?

**20.** В парламенті 30 депутатів. Кожні два з них або дружать, або ворогують, причому кожний дружить рівно з шістьма іншими. Кожні 3 депутата утворюють комісію. Знайдіть загальне число комісій, в котрих всі три члена попарно дружать чи всі троє попарно ворогують.

**21.** Маємо 20 людей – 10 хлопців та 10 дівчат. Скільки існує способів скласти компанію, в котрій була б однакова кількість дівчат та хлопців?

**22.** Равлик повинен проповзти вздовж ліній клітчастого паперу шлях довжини  $2n$ , почавши і закінчивши свій шлях в даному вузлу. Доведіть, що число різних її маршрутів рівно  $(C_{2n}^n)^2$ .

**23.** Добуток деяких 48 натуральних чисел має рівно 10 різних простих дільників. Доведіть, що добуток деяких чотирьох з цих чисел є квадратом натурального числа.