



Державна наукова установа
"Київський академічний університет"

Кафедра математики

Симетрії диференціальних рівнянь / Symmetries of differential equations

Силабус навчальної дисципліни

• Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Другий (магістерський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Математика</i>
Статус дисципліни	<i>вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>I курс, осінній або весняний семестр, II курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредити (150 годин)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>екзамен</i>
Розклад занять	<i>лекція – раз на тиждень (32 годин); семінар – 1 раз на два тижні (16 годин); підготовка до атестації та консультації – 30 год; самостійна робота – 32 год, на виконання індивідуальних/домашніх завдань – 40 год</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Кафедра математики (Інститут математики НАН України, кім. 216). Лектори: док. фіз.-мат. наук, ст. наук. співр., Бойко Вячеслав Миколайович, vyacheslav.boiko@gmail.com, 067-681-97-58 док. фіз.-мат. наук, ст. досл., Ванеєва Олена Олександрівна, vaneeva@gmail.com док. фіз.-мат. наук, проф., Попович Роман Омелянович, roman.popovych@gmail.com Семінарські заняття: док. фіз.-мат. наук, ст. наук. співр., Бойко Вячеслав Миколайович, vyacheslav.boiko@gmail.com, 067-681-97-58 док. фіз.-мат. наук, ст. досл., Ванеєва Олена Олександрівна, vaneeva@gmail.com док. фіз.-мат. наук, проф., Попович Роман Омелянович, roman.popovych@gmail.com</i>
Розміщення курсу	<i>платформа для онлайн підключення: https://bbb.imath.kiev.ua/b/vya-imd-puh-9lx</i>

• Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою курсу «Симетрії диференціальних рівнянь» є отримання необхідних теоретичних знань та практичних навичок щодо групових методів інтегрування диференціальних рівнянь, практичному застосуванню симетрійних методів для інтегрування та аналізу як звичайних диференціальних рівнянь так і диференціальних рівнянь з частинними похідними.

The purpose of the course "Symmetries of differential equations" is to obtain the necessary theoretical knowledge and practical skills in group methods of integrating differential equations, the application of symmetry methods for integration and analyze ordinary differential equations and partial differential equations.

2. Необхідні попередні знання та навички, результати навчання

Необхідні попередні знання та навички:

Навчальна дисципліна «Симетрії диференціальних рівнянь» базується на базових знаннях з основ теорії звичайних диференціальних рівнянь й диференціальних рівнянь з частинними похідними отриманих під час здобуття ступеня бакалавра і є вибірковою дисципліною Освітньо-наукової програми підготовки магістрів за спеціальністю 111 Математика.

Результати навчання:

Після засвоєння кредитного модуля студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

знання:

- теорія груп та алгебр Лі, групові методи інтегрування диференціальних рівнянь.

уміння:

- знаходити симетрії звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь з частинними похідними; інтегрувати та знаходити розв'язки диференціальних рівнянь за допомогою групових методів..

3. Зміст навчальної дисципліни

Тема 1. Групи симетрії диференціальних рівнянь. Однопараметричні групи перетворень. Приклади груп. Рівняння Лі. Групи перетворень та їх інваріанти. Інваріантні рівняння. Диференціальні інваріанти. Інфінітезимальний оператор групи. Основні групи на площині. Групи симетрії диференціальних рівнянь. Групи точкових перетворень. Формули продовження. Визначальні рівняння.

Тема 2. Інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. Інтегрування звичайних диференціальних рівнянь. Класифікація Лі звичайних диференціальних рівнянь. Заміна змінних. Інтегруючий множник. Рівняння другого порядку. Основні рівняння другого порядку з відомими однопараметричними групами.

Тема 3. Знаходження груп Лі диференціальних рівнянь і задача симетрійної класифікації. Перетворення симетрії та перетворення еквівалентності. Приклади груп інваріантності і груп еквівалентності. Многопараметричні групи і алгебри Лі. Алгебри Лі. Визначення та приклади. Нільпотентні, розв'язні та напівпрости алгебри. Знаходження груп Лі диференціальних рівнянь і задача симетрійної класифікації. Групова класифікація нелінійних рівнянь теплопровідності, узагальнених рівнянь Бюргерса, нелінійних рівнянь дифузії.

Тема 4. Симетрійні методи в задачах математичної фізики. Звичайні диференціальні рівняння, що мають фундаментальну систему розв'язків. Групи на прямій та рівняння Ріккати. Розв'язки, інваріантні відносно групи. Розмноження розв'язків. Підгруповий аналіз груп симетрії. Фундаментальні розв'язки рівнянь математичної фізики. Сферично симетричні розв'язки рівнянь Лапласа. Теплове представлення групи Галілея. Симетрія і розділення змінних. Група симетрії рівняння Гельмгольца. Розділення змінних для рівняння Гельмгольца.

Тема 5. Некласичні симетрії. Модулі редукції. "No go" теорема. Приклади обчислення умовних симетрій. Контактні симетрії.

Тема 6. Закони збереження. Симетрія та закони збереження. Теорема Ньотера. Прямі методи знаходження законів збереження.

Тема 7. Алгебри Лі. Класифікація алгебр Лі. Побудова реалізації алгебр Лі. Реалізації алгебр Лі на прямій та на площині. Контракції та деформації алгебр Лі.

4. Навчальні матеріали та ресурси

1. Fushchich W.I., Nikitin A.G., Symmetries of equations of quantum mechanics, Allerton Press, Inc., New York, 1994, xvi+465 pp.
2. Fushchich W.I., Shtelen W.M., Serov N.I., Symmetry analysis and exact solutions of equations of nonlinear mathematical physics, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1993, xxiv+435 pp.
3. Ibragimov N.H., Elementary Lie group analysis and ordinary differential equations, Wiley Series in Mathematical Methods in Practice, vol. 4, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 1999, xviii+347~pp.
4. Jacobson N., Lie algebras, Dover Publications, Inc., New York, 1962, ix+331 pp.
5. Miller W. Jr., Symmetry and separation of variables, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, vol. 4, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 1977, xxx+285 pp.
6. Olver P.J., Application of Lie groups to differential equations, Springer, New York, 1993, xxviii+513 pp.
7. Olver P.J., Equivalence, invariants, and symmetry, Cambridge University Press, Cambridge, 1995, xvi+525 pp.
8. Schwarz F., Algorithmic Lie theory for solving ordinary differential equations,
9. Pure and Applied Mathematics, vol.~291, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2008, x+434 pp.
10. Бойко В.М., Узагальнені оператори Казіміра, сингулярні модулі редукції та симетрії диференціальних рівнянь: дис. ... док. фіз.-мат. наук, Київ, Інститут математики НАН України, 2017, 338 с., <https://www.imath.kiev.ua/~boyko/BoykoThesis.pdf>.
11. Ванєєва О.О., Групоїди еквівалентності в задачах групової класифікації: дис ... док. фіз.-мат. наук, Київ, Інститут математики НАН України, 2020, 399 с., <https://events.imath.kiev.ua/event/476/attachments/27/68/pdf>.
12. Лагно В. І., Спічак С. В., Стогній В.І. Симетрійний аналіз рівнянь еволюційного типу, Київ, Ін-т математики НАН України, 2002, 360 с.
13. Нестеренко М.О., Реалізації та контракції алгебр Лі, орбіт-функції та квазікристали: дис ... док. фіз.-мат. наук, Київ, Інститут математики НАН України, 2021, 327 с., https://events.imath.kiev.ua/event/753/attachments/59/177/dis_Nesterenko.pdf.
14. Попович Р.О., Класифікаційні задачі групового аналізу диференціальних рівнянь: дис. ... док. фіз.-мат. наук, Київ, Інститут математики НАН України, 2009, 396 с., <https://www.imath.kiev.ua/~rop/DScThesis.pdf>.
15. Boyko V.M., Kunzinger M. and Popovych R.O., Singular reduction modules of differential equations, J. Math. Phys. 57 (2016), 101503, 34 pp., arXiv:1201.3223.
16. Popovych R.O., Boyko V.M., Nesterenko M.O. and Lutfullin M.V., Realizations of real low-dimensional Lie algebras, J. Phys. A: Math. Gen., 2003, V.36, N 26, 7337-7360, for extended and revised version see math-ph/0301029v7.

Програмою навчальної дисципліни передбачено проведення лекцій та семінарських занять. Методичною підтримкою вивчення курсу буде онлайн-ресурс, де будуть розміщені лекції, література, домашні роботи студентів, результати поточного оцінювання тощо. Всі матеріали у вільному доступі і адаптовані для використання для організації навчання у дистанційному режимі.

Основою закріплення знань, отриманих студентами при вивченні даного курсу, є домашні та контрольні роботи.

5. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента розраховується за 100 бальною шкалою.

1. Рейтинг студента з кредитного модуля складається з балів, що він отримує за:

– домашні роботи за темою лекцій; захист робіт, складність роботи, творчий підхід, використання самостійно здобутих знань; додаткові індивідуальні завдання (вимагають самостійного вивчення матеріалу поза лекційним курсом); загалом не більше 100 балів за модуль (два модулі на семестр).

– екзамен (як підсумковий контроль засвоєння курсу); 0–100 балів.

2. Екзамен проходить в усній формі (за матеріалами лекцій та семінарських занять). Метою контролю є перевірка рівня засвоєння матеріалу, здобутих навиків та компетентностей, здатності використання студентом отриманих знань для подальшого навчання.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр за кожним модулем як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Умовою успішного закриття модулю є отримання не менше 60 балів. Умовою допуску до екзамену є отримання не менше 120 балів за два модулі.

Підсумкова оцінка: $O = M1 * 0,2 + M2 * 0,2 + E * 0,6$, де M1 – оцінка за перший модуль, M2 – оцінка за другий модуль, E – оцінка за екзамен/залік.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Шкала ЕКТС</i>	<i>Оцінка</i>
90-100	A	Відмінно
85-89	B	Добре
75-84	C	
65-74	D	Задовільно
60-64	E	
Менше 60	FX	Незадовільно
Не виконані умови допуску		Не допущено

Силабус навчальної дисципліни: Симетрії диференціальних рівнянь

Складено: док. фіз-мат. наук В.М. Бойко, док. фіз-мат. наук О.О. Ванеєва, док. фіз-мат. наук Р.О. Попович.

Рекомендовано науково-методичною радою кафедри математики (протокол № 3 від 07.08.2022)

Затверджено кафедрою математики (протокол № 8 від 13.08.2022)